

Spickzettel: Verkettung von Funktionen

- 1) **Definition:** Zwei Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ heißen miteinander verkettet, wenn als Argument der einen Funktion der Funktionsterm der anderen Funktion steht.

Man schreibt $f(g(x))$ oder $f(x) \circ g(x)$

$f(x)$ heißt „äußere Funktion“ und $g(x)$ heißt „innere Funktion“.

Beachte: Hat man zwei Funktionen, dann gibt es auch zwei Verkettungsmöglichkeiten.

Welche Verkettung gebildet wird, hängt von der Schreibweise ab.

Beispiel 1: $f(x) = \sqrt{x}$ und $g(x) = 2x + 1 \rightarrow f(g(x)) = f(x) \circ g(x) = \sqrt{2x + 1}$

$$g(f(x)) = g(x) \circ f(x) = 2\sqrt{x} + 1$$

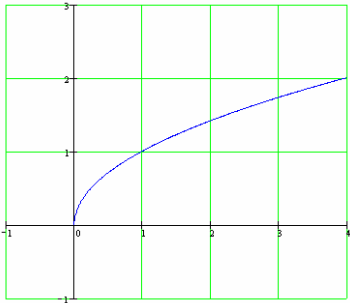
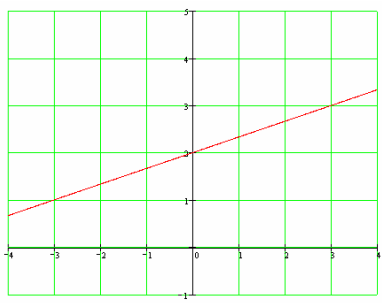
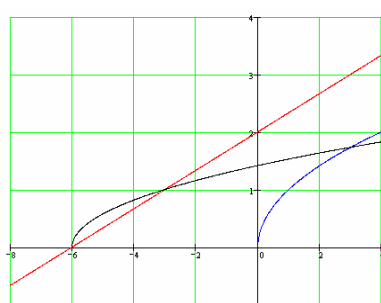
Beispiel 2: $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ und $g(x) = x + 2 \rightarrow f(g(x)) = f(x) \circ g(x) = -\frac{1}{x^2 + 4x + 4}$

$$g(f(x)) = g(x) \circ f(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$$

- 2) Übung: Fülle die Tabelle aus!

$f(x)$	$g(x)$	$f(x) \circ g(x)$
$f(x) = \frac{1}{2}x^3$	$g(x) = \sqrt{x}$	
$f(x) = 2x + 1$	$g(x) = \frac{1}{x}$	
$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2 + 6x + 2$	
$f(x) = x^2 + 6x + 2$	$g(x) = x^2$	

- 3) Beachte: Die Verkettung $f(x) \circ g(x)$ kann nur gebildet werden, wenn der Wertebereich der Funktion $g(x)$ und der Definitionsbereich von $f(x)$ gemeinsame Elemente haben.

$f(x) = \sqrt{x}$	$g(x) = \frac{1}{3}x + 2$	$h(x) = f(x) \circ g(x) = \sqrt{\frac{1}{3}x + 2}$
		
Die Funktion hat als Definitionsbereich alle nichtnegativen reellen Zahlen.	Die Funktion hat als Wertebereich alle reellen Zahlen, also auch negative.	...daher ist die verkettete Funktion nur für diejenigen Zahlen definiert, für die $g(x) \geq 0$ gilt.